a) Calculer $g(0)$ et $g(\frac{1}{5})$.

b) Montrer que g est dérivable sur $]-1,\frac{1}{3}[$.

4°/ Montrer que $\forall x \in]-1,\frac{1}{3}[$ on a : $g'(x)=\frac{2}{(1-x)\sqrt{-3x^2-2x+1}}$.

Exercice 12 :

Soit f la fonction définie sur $\mathbf{R}$ par $f(x)=\frac{x+1}{\sqrt{x^2+2x+2}}$.

1°/ Montrer que f est dérivable sur $\mathbf{R}$ et que $\forall x \in \mathbf{R}$,

$f'(x)=\frac{1}{\sqrt{(x^2+2x+2)^3}}$.

2°/a) Etudier les variations de f.

b) Montrer que f est une bijection de $\mathbf{R}$ sur $]-1,1[$.

3°/a) Montrer que $\forall x \in]-1,1[$ on a : $f(\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}-1)=x$.

b) En déduire l'expression de f^{-1}.

Exercice 13 :

Soit g la fonction définie sur $\mathbf{R}$ par : $g(x)=\frac{x}{2\sqrt{x^2+1}}-\frac{1}{2}$.

1°/ Etudier les variations de g.

2°/ Montrer que g est une bijection de $\mathbf{R}$ sur $]-1,0[$.

3°/ Soit $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$

$$x \mapsto \frac{-x}{2}+1+\frac{1}{2}\sqrt{x^2+1}$$

a) Montrer que f est dérivable sur $\mathbf{R}$ et que $\forall x \in \mathbf{R}$, $f'(x)=g(x)$.

b) Etudier les variations de f.

c) Montrer que f est une bijection de $\mathbf{R}$ sur un intervalle E que l'on précisera.

4°/ Montrer que $\forall x \in \mathbf{E}$ on a : $f^{-1}(x)=\frac{1}{4(x-1)}+1-x$.